

Om betingelserne for objektiv erkendelse af kvantitative forhold. En praktisk-realistisk teori

Af *Jens Mammen*¹

Indledning

I filosofiens og psykologiens tæt forbundne historier har forståelsen af den menneskelige erkendelse været udspændt mellem to poler, en empiristisk og en rationalistisk.

Det fælles udgangspunkt for de to forståelser har været, at mennesket modtager elementær erfaring om verden gennem sine sanser. Sanserne er menneskets umiddelbare kontaktflade til den verden, som skal erkendes. Sanserfaringen udgør erkendelsens elementære stof.

Forskellen mellem de to forståelser har angået forholdet mellem dette simple erfaringsstof og den menneskelige erkendelses færdige form, som den ytrer sig i vor begrebsmæssige og teoretiske erkendelse, en erkendelse som retter sig imod dybere og mere komplicerede forhold i verden end dem, som vi umiddelbart møder med sanserne.

Empiristerne har i forlængelse af en videnskabelig tradition for teoretisk økonomi forsøgt at forstå transformationen fra sanseerkendelse til begrebserkendelse ved hjælp af så enkle associative eller logiske principper som muligt. Et moderne eksempel er forsøgene på ved hjælp af modeller for induktive neurale netværk at simulere menneskelig erkendelse og begrebsdannelse. Denne såkaldte 'konnektionisme' er den moderne afløser for den klassiske associationisme.

Rationalisterne har i forlængelse af en lige så prisværdig tradition for antireduktionisme forsøgt at fastholde rigdommen i de menneske-

¹ Dette bidrag er en lettere omarbejdet udgave af Mammen (1994).

lige erkendelsesformer ved at forudsætte disse som givet i deres færdige form forud for det stof, som sanseerkendelsen tilvejebringer. Et moderne eksempel er forsøgene på at analogisere menneskelige tankeformer med komplicerede algoritmer defineret som computerprogrammer og tilsvarende analogisere sanseerfaringerne med inputsekvenser.

Jeg vil ikke her gøre meget mere ud af disse traditioner. Blot påpege, at de står over for store vanskeligheder, som jeg anser for principielle og uovervindelige. Empiristerne vil ikke kunne nå frem til en gyldig psykologisk forståelse af de menneskelige begreber ud fra deres simple mekaniske principper. Og rationalisterne undgår ikke at måtte forlade sig på aprioriske antagelser om erfaringsuafhængige begreber eller semantiske strukturer, hvis artshistoriske oprindelse samt livshistoriske og kulturhistoriske udvikling ikke kan forklares videnskabeligt.

Både empirister og rationalister står også over for et mere filosofisk eller erkendelsesteoretisk problem vedrørende erkendelsens objektivitet. Begge parter har svært ved at begrunde den begrebsmæssige erkendelsesobjektivitet, da ingen af parterne formår at forankre den begrebsmæssige erkendelsesform i virkelighedens former.

Jeg har i anden sammenhæng lidt mere indgående diskuteret disse traditioner og deres blandingsformer (f.eks. Mammen, 1986b), hvilket må tjene som undskyldning for den summariske behandling her. Jeg vil her koncentrere mig om et forsøg på at etablere en tredje forståelsesmåde, som afviger fra empirismens og rationalismens fælles antagelse om den simple sansning som den umiddelbare kontakt mellem verden og erkender. En sansning, som i sin simpelhed endnu ikke har den færdige erkendelses form. I stedet vil jeg se på forskellige forsøg på at forstå erkendelsens form ud fra et aktivt subjekts udvælgelse og erkendelse af omverdensobjekter gennem en formgivende praksis eller virksomhed.

Det drejer sig om en tradition med rødder i tysk idealisme efter Kant og dialektisk materialisme (Fichte, Hegel, Marx), som på nogle punkter er beslægtet med den amerikanske pragmatisme (Peirce, Dewey, Mead). I psykologien har de væsentligste repræsentanter nok været den russiske psykolog A.N. Leontjev og den amerikanske psykolog J.J. Gibson. (Se f.eks. Mammen, 1983; 1986b). Jeg vil her fremdrage, hvilket lys denne tradition, som jeg vil kalde *praktisk realisme*, kan kaste over et specielt emne, nemlig erkendelsen af kvantiteter. Jeg vil mene, at der her er et frugtbart berøringspunkt mellem psykologien og andre fag, der beskæftiger sig med kvantitative vurderinger og deres udvikling. Her er den økonomiske videnskab vel en af de mere nærliggende. Den samme forbindelse blev fremhævet af den tidligere professor i Teoretisk Statistik som Redskab inden for Samfundsvidenskaberne ved Københavns Universitets Statistiske Institut, Georg Rasch. Dette skete bl.a. i hans afskedsforelæsning den 9. marts 1972, som siden i udvidet form blev publiceret i *Nationaløkonomisk Tidsskrift* (Rasch, 1972). Men naturvidenskab er nok eksemplet frem for alle andre.

Jeg vender tilbage til Rasch's begreb om 'specifikt objektive målinger'.

G.T. Fechner

Den moderne empirisk funderede psykologi skilte sig ud fra filosofien i det 19. århundrede. Startskuddet bliver ofte anset for at være Gustav Theodor Fechners arbejde fra 1860, som havde det formål at finde en lovmæssig sammenhæng mellem fysiske sansepåvirkningers styrke og deres oplevede eller psykiske intensitet, deraf navnet 'psykofysik' (Fechner, 1860).

Fechner funderede bl.a. sit arbejde på empiriske resultater opnået i 1830'erne af fysiologen Ernst Heinrich Weber. Weber havde fundet, at for forskellige sansekvaliteter, som f.eks. lydstyrke og lysstyrke, var forskelstærsklen ΔI (med god tilnærmelse) proportional med den fysiske intensitet I , en sammenhæng, som siden er blevet kendt som *Webers lov*, altså

$$\frac{\Delta I}{I} = k \quad (1)$$

Forskelstærsklen ΔI er her den forskel i sansepåvirkningens fysiske intensitet, som en forsøgsperson vil opdage i netop halvdelen af de præsenterede tilfælde.² Proportionalitetskonstanten k er forskellig for forskellige påvirkningskvaliteter, men forholdsvis ens for forskellige personer. F.eks. er k for lydstyrke ca. 0.1, for lysstyrke ca. 0.02.³

Fechner gjorde nu den dristige antagelse, at der til en given fysisk intensitet I svarer en psykisk kvantitet P (for psyke), og at P er en funktion af I , dvs. $P = f(I)$. Desuden forudsatte han, at forskelstærskler altid opleves kvantitativt ens og med en størrelse, som udgør en måleenhed for oplevet forskel. Med andre ord, hvis to intensiteter afviger med netop en forskelstærskel, opleves forskellen som en elementær forskel. Hvis to intensiteter afviger med n forskelstærskler, opleves forskellen som n elementære forskelle og dermed som n gange så stor som den første forskel. Endelig er forskellen mellem to oplevede styrker lig med oplevelsen af forskellen. Den oplevede styrke har altså ifølge Fechner en *additiv struktur*, eller er struktureret som en differensskala, med den oplevede forskelstærskel som *enhed*.

Ifølge Fechner har vi altså, at hvis det for to intensiteter I_1 og I_2

² Der ses her bort fra de metodiske problemer ved denne definition, som først er løst i den moderne signaldetektionsteori, der bygger på en matematisk model for tvungne beslutninger.

³ Der ses her bort fra tekniske detaljer vedr. definitionerne af påvirkningskvaliteterne, dvs. frekvens, bølgelængde, areal etc.

gælder, at⁴

$$I_2 - I_1 = n\Delta I, \quad (2)$$

så vil det for de tilsvarende oplevede styrker $P_1 = f(I_1)$ og $P_2 = f(I_2)$ gælde, at

$$P_2 - P_1 = n. \quad (3)$$

Af ligningerne (1), (2) og (3) får vi nu, at

$$\frac{P_2 - P_1}{I_2 - I_1} = \frac{1}{kI} \quad (4)$$

hvor I er en værdi i intervallet $I_1 < I < I_2$. Vi kan derfor tillade os at erstatte differenskquotienten i (4) med differentialkvotienten dP/dI og får nu

$$\frac{dP}{dI} = \frac{1}{kI} \quad (5)$$

eller ved integration

$$P = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{I}{I_0}\right), \quad (6)$$

hvor P sættes til 0 for $I = I_0$, og hvor I_0 kan være en vilkårlig valgt udgangsværdi. Eller på den etablerede form, hvori *Fechners lov* er blevet kendt

$$P = c \log(F), \text{ eller } P = KF\text{dB}, \quad (7)$$

hvor $c \approx 2.3/k$, $K \approx 0.23/k$, og hvor $F = I/I_0$ (F for fysisk). $F\text{dB}$ betyder, at F måles i dB (decibel) i forhold til I_0 .⁵

Fechners lov udgør en væsentlig del af rationalet for at måle intensiteten af sansepåvirkninger, f.eks. støjniveau, i logaritmiske enheder, nemlig i decibel.

Som det ses, er Fechners metode til bestemmelse af den psykiske størrelse P indirekte og, via hypotetiske antagelser om enhed og additivitet, afledt af personers empirisk konstaterede skelneevne i forhold til de fysiske intensiteter F (eller I). Selvom Fechner behandler variabelen P , som havde den en selvstændig realitet, er den imidlertid en konstruktion, hvis realitet udelukkende består i de implikationer, der kan afledes af Fechners lov. Dvs. empiriske forudsigelser, som ikke selv rummer henvisning til P , men udelukkende til vor evne til at skelne og sammenligne sansepåvirkningers intensiteter F indbyrdes.

⁴Det forudsættes, at ΔI er relativt konstant i intervallet mellem I_1 og I_2 for små n og ellers, at vi i henhold til middelværdisætningen kan erstatte summen af de enkelte ΔI med $n\Delta I$ for et I i intervallet.

⁵Her betegner 'ln' den naturlige logaritme og 'log' titallogaritmen. Det gælder, at $\ln(x) = \ln(10)\log(x)$, hvor $\ln(10) \approx 2.3$. Heraf $c \approx 2.3/k$. Forholdet mellem to positive tal, x og y , er n bel (B), hvis $\log(x/y) = n$. Forholdet er tilsvarende n decibel (dB, tiendedele bel), hvis $\log(x/y) = n/10$. Heraf $K = c/10 \approx 0.23/k$.

En implikation af Fechners lov (7) er, at for to fysiske intensiteter F_1 og F_2 af en given sansekvalitet, f.eks. lysstyrke, vil vi for de tilsvarende oplevede intensiteter P_1 og P_2 have, at

$$P_2 - P_1 = \text{clog}(F_2) - \text{clog}(F_1) = \text{clog}\left(\frac{F_2}{F_1}\right). \quad (8)$$

Den oplevede forskel afhænger altså alene af forholdet mellem de fysiske intensiteter. Hvis begge fysiske intensiteter multipliceres med den samme faktor, skulle det altså ikke påvirke den oplevede forskel.

Denne implikation af Fechners lov modsvarer faktisk en objektiv egenskab ved dyrs og menneskers livsrelevante omverden eller 'økologi'. Hvis en overflade med farver i forskellig lyshed (eller albedo) belyses med indfaldende lys i varierende styrke, vil forholdet mellem det reflekterede lys fra de forskellige dele af overfladen være konstant eller invariant. Hvis en lydkilde, f.eks. et talende menneske, høres i varierende afstand, vil forholdet mellem lydintensiteterne i de forskellige frekvenser og i de forskellige dele af forløbet med god tilnærmelse være invariant. Disse såkaldte økologiske *invarianser* modsvarer altså ifølge Fechners lov invariante oplevede forskelle.

Enhver vil kunne bekræfte denne lovmæssighed i dagligdagens oplevelser. Ting ser stort set ens ud i forskellig belysning, vi kender den samme stemme på tæt og lang afstand, etc.

Den tanke er nærliggende, at dyrs og menneskers erkendelse er optimal, hvis den genspejler objektive omverdensforhold relativt uafhængigt af erkendelsespositionen, og at den biologiske udvikling har fremmet en sådan lovmæssig sammenhæng mellem påvirkninger og oplevelser, der lader objektive egenskaber fremtræde som konstante. Fechners og Webers love er formentlig afledte og implicite udtryk for vor økologiske invarianser.

Endnu en implikation bør nævnes af Fechners lov (7). Lad os tænke os, at vi har f.eks. en variabel lyskilde og en variabel lydkilde. Vi udvælger nu en given lydstyrke og en given lysstyrke og fortæller en forsøgsperson, at de modsvarer hinanden. Der skrues derefter op for lyset, og man beder forsøgspersonen regulere lyden, så lys og lyd igen svarer til hinanden. Sådanne såkaldte tværmodale sammenligninger opleves af de fleste mennesker som meningsfulde og kan udføres med temmelig stor præcision.

Hvis vi sætter den oplevede styrke af de to første påvirkninger til nul, drejer det sig altså, i henhold til Fechner, om at afgøre, for hvilke andre par af lys- og lydstyrker (F_{lys}, F_{lyd}) det gælder, at

$$P_{lys} = P_{lyd}, \quad (9)$$

eller ifølge (7), at

$$c_{lys} \log(F_{lys}) = c_{lyd} \log(F_{lyd}), \text{ eller} \quad (10)$$

$$F_{lys} = F_{lyd}^q \quad (11)$$

hvor eksponenten $q = c_{lyd}/c_{lys} = k_{lys}/k_{lyd}$, og hvor k 'erne er de empirisk fundne Weber-brøker (1).

En lang række sådanne forsøg med mange forskellige sansekvaliteter er udført af den amerikanske psykofysiker S.S. Stevens (1960; 1961), der har bekræftet den forudsagte *potenslov* (11), ganske vist med eksponenter q , der i visse tilfælde afviger fra de værdier, der via Fechners lov kan forudsiges ud fra Webers k -værdier.

Stevens har dog først og fremmest udført forsøg, hvor den ene af påvirkningerne er erstattet med talværdier, hvad han kalder *direkte skalering*. Også her findes en potenslov, selvom det er meningsløst, at tale om en k -værdi for tal. At vi imidlertid også oplever tal logaritmisk, forekommer nærliggende, al den stund nutidens mennesker lever i en økologi, hvor tal ofte er udtryk for målestørrelser i forskellige måleenheder. Det er netop forholdet mellem to tal (forskellen mellem deres logaritmer), der siger noget om et objektivt invariant forhold, uafhængigt af, om enheden er cm, meter eller tommer, hvorimod tallenes differenser kun afbilder noget invariant, så længe den arbitrære måleenhed holdes fast.

Det er imidlertid påfaldende, at Stevens selv insisterer på at forstå tal som direkte mål for den oplevede indre psykiske intensitet P , som han reificerer fuldt så meget som Fechner, i stedet for at anskue tallene som en del af vor kulturelle økologi, som vi forholder os praktisk til. Derfor mener Stevens også, at hans potenslov er i direkte modstrid med Fechners logaritme-lov (Stevens, 1961). Som en strid om, hvilket af de to fiktive P 'er, der er virkeligt, er spørgsmålet uløseligt og illustrerer ganske godt det ufrugtbare i den traditionelle, mekaniske empirisme (Poulsen, 1994).

Allerede i 1874 havde Franz Brentano hævdet den logiske implikation mellem de to lovmæssigheder (logaritme-loven og potens-loven), under forudsætning af, at Fechners lov også beskriver vort forhold til tal. Måske afspejler Stevens' uenighed med Brentano en principiel forskel på den traditionelle empirisme og Brentanos læggen vægt på den praktiske virksomhed i menneskenes livsverden (Engelsted, 1989, p. 68f).

De sammenhænge, som de klassiske psykofysikere studerede, modsvarede en yderst begrænset del af vor sansemæssige kontakt med verden, og var i øvrigt som regel undersøgt empirisk under meget restriktive laboriebetingelser. Ikke desto mindre udgør den klassiske psykofysik en af psykologiens største succeser, idet dens afkast uden for den egentlige psykologi har været betydeligt. Hverken Kodak eller Philips ville sikkert have kunnet undvære den. Psykofysikkens oprindelige ambition om at udgøre et fundament for den almene psykologi har imidlertid været en tilsvarende fiasko, bundet som den har været til en empiristisk forståelse af erfaringens stof udelukkende som sansninger af simple fysiske påvirkninger.

J.J. Gibson

Et væsentligt brud med den klassiske psykofysik sker med den amerikanske psykolog J.J. Gibson (1966; 1979). Gibsons erklærede hensigt er at erstatte empirisme-rationalisme dikotomien med en realisme, funderet i dyrs og menneskers praktiske livsvirksomhed.

Gibsons studieområde er først og fremmest vor visuelle erkendelse af omverdensgenstandenes overflader. Han gennemfører en analyse af, hvilke invarianser der optræder i det samlede visuelle påvirkningsmønster, når vi færdes i dagligdagens landskaber og rum. Han konstaterer f.eks., at påvirkningsmønsteret, der hidrører fra faste flader, undergår matematisk beskrivbare kontinuerte perspektiviske transformationer, når vi bevæger os i forhold til dem. I disse transformationer optræder der *invarianser*, som *specificerer objektive geometriske relationer* i de faste flader.⁶

I en række forsøg påviser Gibson, at disse invarianser faktisk registreres og udnyttes af dyr og mennesker i erkendelsen af deres omverden, uanset at invarianserne er abstrakte matematiske relationer i højdimensionale variabel-rum ('higher-order variables'). Sanserne medvirker i denne erkendelsesproces. Men de tilvejebringer kun information om verden ved at være *indlejret i en praktisk virksomhed*, der forbinder individet med dets omverden.

Gibson udvider sin analyse til de tilfælde, som har særlig relevans for menneskenes omverdenserkendelse, og hvor vi erkender verden igennem *redskaber*. F.eks. kan vi føle en overflades form og elastiske beskaffenhed, ruhed m.m. ved hjælp af en pind, vi holder i hånden. Vor opmærksomhed er ikke fokuseret på pindens kontakt med hånden, men på dens kontakt med overfladen. Vi føler så at sige med spidsen af pinden, der fungerer som en slags forlængelse af vor krop.

Gibson har dog ikke udviklet nogen detaljeret teori for denne redskabserkendelse og heller ikke udført nogen nævneværdig empirisk udforskning af den. Tilsyneladende står vi over for en praktisk erkendelseform, som er meget kompliceret og vanskelig at analysere.

⁶ Et par særligt simple eksempler (der findes andre mere funktionelt effektive) viser sig i den central-projektion, som kaster reflekterede lysstråler fra omgivelserne ind i hvert af en betragters øjne gennem øjets optiske midtpunkt. Projektionen (strålebundtet eller 'the optic array') kan repræsenteres entydigt ved strålernes skæring af et vilkårligt projektionsplan i betragterens øje. Det gælder nu, at hvilke som helst tre punkter i omgivelserne, der i forhold til hinanden ligger på en ret linie, også altid på projektionsplanet vil ligge på en ret linie. Det samme gælder naturligvis for fire punkter A, B, C og D , der ligger fast på en ret linie. Her vil det endvidere gælde for projektionerne A', B', C' og D' på planet, at $(A'C'/B'C')/(A'D'/B'D')$ er invariant og lig med $(AC/BC)/(AD/BD)$, det såkaldte dobbeltforhold, 'cross-ratio'. For at disse invarianser skal specificere konstante forhold i omgivelserne, er det nødvendigt, at de optræder på baggrund af en variation i strålebundtet produceret af, at individet og omgivelserne bevæger sig i forhold til hinanden. For at være effektive skal de også gøre sig gældende som globale relationer i et helt felt og ikke blot mellem få punkter.

Jeg vil imidlertid her gøre et forsøg på at analysere et meget simpelt tilfælde af redskabsformidlet erkendelse, ganske vist med fare for at foretage en indsnævring af feltet, der ikke er mindre end den, som de klassiske psykofysikere foretog, hvad angår den mere direkte sansformidlede erkendelse. Min undskyldning er imidlertid, at jeg på trods af indsnævringen indfanger *et specifikt træk ved den menneskelige erkendelse*, som i sin almene form gennemsyrrer hele vort omverdensforhold, nemlig vor evne til *praktisk og erkendelsesmæssig fastholdelse af enkeltting* (Mammen, 1983).

G. Rasch

Analysen af de særlige invarianser, som afdækkes i verden ved den redskabsformidlede erkendelse, og som jeg vil beskrive i det følgende, er foretaget af den danske statistiker Georg Rasch, hvis indsats her i flere henseender er parallel med Gibsons, som jeg i øvrigt ikke ved, om han var bekendt med.

Georg Rasch arbejdede i mange år som statistisk konsulent inden for flere forskellige fagområder, bl.a. medicin, økonomi og psykologi. I sin lærestol som professor var han knyttet til den nationaløkonomiske faggruppe ved Københavns Universitet. Selv kom jeg i berøring med ham i forbindelse med en dyrepsykologisk undersøgelse, hvor jeg fungerede som assistent (Reventlow, 1970). Jeg har fortalt om Rasch's bidrag til denne undersøgelse i en tidligere publikation (Mammen, 1986a). Desuden fulgte jeg som studerende i en årrække Rasch's forelæsninger, studiekredse og seminarer. En god introduktion til Rasch's betydningsfulde arbejde kan findes i Karpatschof (2007).

Rasch's særlige bidrag til statistikkens teori vedrører beskrivelsen af interaktionen mellem en udvalgt mængde undersøgelsesobjekter (objekter) og et inventar af redskaber (af Rasch kaldet agentia). Objekterne kan være skoleelever, der underkastes prøver, eller personer, der udspørges med spørgeskemaer. Redskaberne kan tilsvarende være psykologiske prøver, standpunktsprøver eller spørgeskema-items. Interaktionen resulterer i data (reaktioner), som typisk kan beskrives på ordinale eller nominale skalaer. F.eks. antal stavfejl i en læseprøve eller 'ja'/'nej' til et spørgsmål. Som hovedregel antages resultatet af interaktionen at være stokastisk (ikke-deterministisk) og betinget af konstante egenskaber hos objekter og agentia, samtidig med at de enkelte interaktioner er indbyrdes stokastisk uafhængige, dvs. at de ikke gensidigt påvirker hinanden.

Det ideal, som Rasch opstillede for de statistiske modeller til at beskrive denne situation, hentede han ikke fra samfunds- og adfærdsvidenskaberne, men fra naturvidenskaben, især fysikken. Han henviste her til den analyse, som den tyske fysiker og psykolog Kurt Lewin (1931) havde foretaget af naturvidenskaben efter Galilei. Det karakteristiske for den mod-

erne fysiks anvendelse af modeller, herunder sandsynlighedsmodeller, er at modellerne, ligesom fysikkens love i det hele taget, er 'population-suafhængige', dvs. at interaktionerne beskrives uden henvisning til fænomenernes absolutte hyppigheder, men alene til deres betingede hyppigheder, som anses for universelle og gældende for ethvert enkelttilfælde. Fysikken før Galilei, f.eks. den Aristoteliske fysik, havde derimod ifølge Lewin fejlagtigt identificeret det lovmæssige med det absolut hyppige, dvs. det typiske eller almindeligt forekommende i den faktiske fænomenverden (population), som det ytrede sig i det empirisk gennemsnitlige.

Fysikken før Galilei havde derfor også været 'botaniserende', passivt og ekstensivt iagttagende, hvorimod den efter Galilei koncentrerede sig om den intensive og aktivt-eksperimentelle undersøgelse af enkelttilfældets dynamik, gerne under ekstreme (og sjældne) betingelser.⁷

Rasch mente, at der ofte skete en sådan 'før-galileisk' sammenblanding af den deskriptive og teoretiske statistik, der tildelte normalfordelte værdier i populationer en fejlagtig teoretisk status i de statistiske modeller.⁸ I stedet udviklede Rasch et sæt *populationsuafhængige målingsmodeller*, som han mente levede op til de lewinske og galileiske krav om universel beskrivelse af enkelttilfælde. Jeg mener, at det faktisk lykkedes, og at modellerne desuden havde stor matematisk elegance, f.eks. Rasch (1960), et tegn på, at man er på rette vej! Derudover viste modellerne sig faktisk anvendelige på meget forskellige materialer.

Det var karakteristisk for den generalitet, hvormed kravene til målingsmodellerne blev formuleret, at disse krav også kunne anvendes på tilfælde, hvor interaktionerne var deterministiske. Disse tilfælde er matematisk simple end de stokastiske tilfælde, og jeg skal derfor af hensyn til fremstillingens længde og læserens tålmodighed holde mig til dem. Desuden kan de behandles mere udtømmende, hvad angår deres matematiske form.

Jeg vil yderligere indskrænke mig til det simple endimensionale deterministiske tilfælde, som Rasch har analyseret flere steder, f.eks. Rasch (1960, p. 110-114; 1972, p. 161-172).

Rasch vælger som illustrativt eksempel interaktionen mellem en række legemer (objekter) og en række kraftpåvirkninger (agentia)⁹ og de resulterende accelerationer, således som den kan beskrives med Newtons 2. lov. Hvis legemerne kan karakteriseres ved masseparametrene $M_i (i = 1, \dots, m)$, og kraftpåvirkningerne med kraftparametrene $K_j (j=1, \dots,$

⁷ Det hører naturligvis med til historien, at Lewin vender sin brod imod samtidens psykologi, der med få undtagelser (f.eks. Freud) karakteriseres som før-galileisk. En tilsvarende kritik af senere psykologiske teorier findes hos Poulsen (1982).

⁸ Jævnfør f.eks. Rasch's skeptiske holdning til populationsbegrebet i Rasch (1955).

⁹Strengt taget er det hos Rasch ikke selve kraftpåvirkningerne, der udgør agentia, men derimod det konkrete sæt identificerbare og stabile instrumenter eller redskaber, der udøver kraftpåvirkningerne. Rasch bygger her videre på en analyse fra 1876 foretaget af den skotske fysiker James Clerk Maxwell (1831-79), der redegør for, hvorledes det er muligt på én gang at indføre de gensidigt afhængige begreber masse og kraft og deres måltal ud fra mønstret i iagttagne accelerationer uden at have i en cirkularitet.

n), vil accelerationerne have værdierne

$$A_{ij} = \frac{K_j}{M_i}, \quad (12)$$

hvis der måles i passende enheder.

Hvis alle legemer efter tur påvirkes med alle kræfter, vil vi få $m \times n$ ligninger af formen (12). Hvis vi har registreret alle $m \times n$ accelerationer, har vi altså $m \times n$ ligninger med $m + n$ ubekendte, idet vi eksempelvis antager, at vi ikke på forhånd kender kraft- og masseparametrene.¹⁰

Hvis f.eks. $m = 3$ og $n = 3$, har vi 9 ligninger til bestemmelse af 6 parametre. Ligningssystemet er overbestemt, og strukturen i matricen A_{ij} vil kunne bruges til at teste vor formel eller model (12), uanset at ingen af parametrene kendes. I nærværende eksempel skal matrixens rækker og søjler således være proportionale. Selvom vi alene har empirisk kendskab til A_{ij} matricen og ikke kender nogen af parameter værdierne, kan vi altså alligevel ved en avanceret form for induktiv erkendelse danne os et begreb om formen af ligning (12), blot vort empiriske grundlag svarer til en overbestemt matrix eller endda blot et overbestemt udvalg af matrixens værdier i forhold til antallet af parametre.¹¹

Hvis vi betragter den simple situation, hvor $m = 2$ og $n = 2$, har vi netop 4 ligninger og 4 ubekendte. I det almindelige tilfælde vil vi derfor kunne beregne alle 4 ubekendte, forudsat at vi kender ligningernes (fælles) form. Men vi vil ikke have nogen mulighed for alene ud fra A_{ij} matrixens 4 værdier at teste, om selve ligningernes form er som antaget.

Men det særlige tilfælde, som er beskrevet i ligning (12), afviger fra dette almindelige tilfælde. Her kan vi faktisk alene ud fra A_{ij} matrixens 4 værdier, dvs. uden at kende nogen af de 4 ubekendte, teste, om ligningernes form er som beskrevet i (12). Søjlerne og rækkerne i A_{ij} matricen skal som sagt være proportionale. Til gengæld for denne erkendelsesgevinst, kan vi i dette tilfælde ikke beregne de 4 parametre, selvom vi kender ligningens form og hele A_{ij} matricen. Uanset hvor stor en $m \times n$ matrix vi har, vil vi ikke kunne beregne parametrene. Ligningssystemet vil i alle tilfælde have ingen eller uendeligt mange løsninger, aldrig kun én.

Denne særlige situation viser sig dog at indeholde endnu et afgørende erkendelsesmæssigt træk, som Rasch har kaldt 'specifik objektivitet'. Lad os betragte et udvalg af matricen alene bestående af 2 værdier i samme

¹⁰ Sættet af værdier (A_{ij}), hvor $i = 1, \dots, m$ og $j = 1, \dots, n$, udgør altså en $(m \times n)$ -matrix A eller i det følgende blot A_{ij} . Den matematisk kyndige læser advares mod at læse matricen A_{ij} som en tensor eller lineær afbildning. A_{ij} repræsenterer alene højre- eller venstresiden i et ligningssystem $f(M_i, K_j) = A_{ij}$. Matrix-algebraiske begreber som rang (A) etc. er derfor ikke relevante i nærværende sammenhæng.

¹¹ Denne sidste situation forelå f.eks. i Rasch's analyse af anvendelsen af læseprøver på skoleelever, hvor ikke alle prøver med rimelighed kunne anvendes på alle klassetrin, det såkaldte 'brobygningsproblem'. Tilfældet er dog mere kompliceret end det ovenfor diskuterede ved at være stokastisk (se Rasch, 1960)

søjle A_{1j} og A_{2j} svarende til, at vi lader den samme (ukendte) kraft K_j virke på to legemer med (ukendte) masser M_1 og M_2 . Hvis vi indsætter værdierne i ligning (12) og dividerer, får vi nu, at

$$\frac{A_{1j}}{A_{2j}} = \frac{K_j/M_1}{K_j/M_2} = \frac{M_2}{M_1} \quad (13)$$

Forholdet mellem accelerationerne er altså uafhængigt af den anvendte kraft og afhænger alene af de to masser. Eller med andre ord, forholdet mellem accelerationerne er en *invarians*, der direkte specificerer eller informerer om forholdet mellem masserne, uafhængigt af kraften. Vi kan altså ikke ud fra 2×2 matricen beregne nogen af de 4 ubekendte. Til gengæld kan vi i denne særlige situation alene ud fra 2 af matrixens værdier (i samme søjle, eller række) beregne en relation mellem 2 af de ubekendte, hvilket ikke er muligt i det almindelige tilfælde.

Generelt formuleret eksisterer der altså i vort eksempel en funktion α og en funktion¹² β således at

$$\alpha(A_{ij}, A_{kj}) = \beta(M_i, M_k) \text{ for alle } j. \quad (14)$$

Funktionen α er en *invarians*, som entydigt *specificerer* og dermed informerer om en *relation* β i *objekterne* uafhængigt af valget af agentium (K_j). Det var dette træk, Rasch kaldte for 'specifik objektivitet'. Gibson ville nok have kaldt det for 'specificeret objektivitet', men ellers have ment det samme.

Lad os nu i stedet for legemer, kræfter og accelerationer helt alment tale om objekter (med parameter o), agentia (med parameter a) og reaktioner (med parameter r), og i stedet for den særlige ligning (12) helt alment udtrykke r som en funktion¹³ af o og a

$$r = f(o, a) \text{ eller } r_{ij} = f(o_i, a_j) \quad (15)$$

Kravet om *specifik objektivitet* kan nu i mere almen form end i (14) formuleres som et krav om, at der skal eksistere funktioner α og β , så at

$$\alpha[f(o_i, a_j), f(o_k, a_j)] = \beta(o_i, o_k) \quad (16)$$

for alle o_i, o_k og a_j .

Det kan nu bevises (Rasch, 1972, p. 170-171), at klassen af de funktioner f , der opfylder kravet om specifik objektivitet, netop er mængden af *latent additive* funktioner, dvs. funktioner, der kan omskrives på en

¹² Der skal være tale om reelle, monotone (og dermed én-éntydige) funktioner i begge variable.

¹³ Funktionen antages at være to gange differentiabel og strengt monoton i begge reelle variable. Dvs. de partielle differentialkvotienter skal være forskellige fra nul for alle værdier.

additiv form. Mere præcist formuleret er funktionen $r = f(o, a)$ latent additiv, hvis og kun hvis der eksisterer funktioner¹⁴ ϕ , g og h , således at

$$\phi[f(o, a)] = g(o) + h(a) \quad (17)$$

for alle o og a ¹⁵.

Da ligning (17) er symmetrisk mht. o og a , ses det endvidere, at hvis funktionen f opfylder kravet om specifik objektivitet med hensyn til objekter, gør den det også med hensyn til agentia. Hvis der altså eksisterer en invarians i reaktionsmatricen, der specificerer relationer i objekterne uafhængigt af agentia, eksisterer der også altid invarianser i reaktionsmatricen, der specificerer relationer i agentia uafhængigt af objekterne. *De objektive betingelser for erkendelse af relationer i objekterne er de samme som for erkendelse af relationer i redskaberne (agentia)* (jf. Rasch, 1972, p. 172).

I vort eksempel med legemer og kræfter vil forholdet mellem to accelerationer med det samme legeme således fortælle om forholdet mellem de påvirkende kræfter uafhængigt af legemets masse.

I eksemplet vil funktionerne ϕ , g og h i (17) være logaritmefunktioner. Således vil den latent additive ligning (12) kunne omskrives til

$$\log(A_{ij}) = [-\log(M_i)] + \log(K_j), \quad (18)$$

som har en eksplicit additiv form. Der findes matematiske midler til for en given funktion $f(o, a)$ at afgøre, om den er latent additiv, og til at finde, hvilke funktioner ϕ , g og h , der i givet fald gør den eksplicit additiv.¹⁶

¹⁴ Dvs. strengt monotone, reelle funktioner af én reel variabel.

¹⁵ Det ses let, at latent additivitet (17) er en tilstrækkelig betingelse for specifik objektivitet som defineret i (16). Lad nemlig $\alpha(x, y) = \phi(x) - \phi(y)$ og $\beta(x, y) = g(x) - g(y)$. Vi har nu, at $\alpha[f(o_i, a_j), f(o_k, a_j)] = \phi[f(o_i, a_j)] - \phi[f(o_k, a_j)] = [g(o_i) + h(a_j)] - [g(o_k) + h(a_j)] = g(o_i) - g(o_k) = \beta(o_i, o_k)$. Beviset for, at (17) også er en nødvendig betingelse for (16), er mere teknisk.

¹⁶ Ligning (17) kan omskrives til

$$f(o, a) = F[g(o) + h(a)], \quad (17a)$$

hvor F er den inverse til ϕ . Vi har nu, at

$$\frac{\partial f}{\partial o} = F'[g(o) + h(a)]g'(o) \text{ og} \quad (17b)$$

$$\frac{\partial f}{\partial a} = F'[g(o) + h(a)]h'(a), \text{ hvoraf fås} \quad (17c)$$

$$\frac{\partial f / \partial o}{\partial f / \partial a} = \frac{g'(o)}{h'(a)} \text{ eller} \quad (17d)$$

$$\log \left| \frac{\partial f / \partial o}{\partial f / \partial a} \right| = \log |g'(o)| - \log |h'(a)|, \quad (17e)$$

hvoraf igen

$$\frac{\partial^2 \log \left| \frac{\partial f / \partial o}{\partial f / \partial a} \right|}{\partial o \partial a} = 0. \quad (17f)$$

Det må antages, at *fysiske interaktioner* mellem redskaber og genstande, for så vidt de følger fysikkens love, er latent additive¹⁷ og således byder os særligt gunstige *objektive erkendelsesvilkår*. Hvis vi ud fra relativt stabile objekter og redskaber har erfaret interaktionens latent additive form, vil vi derefter også kunne erkende relationer mellem variable objekters egenskaber, blot redskaberne er relativt stabile (og vice versa).

For den umiddelbare tanke er det ellers nærliggende at mene, at den redskabsformidlede erkendelse indeholder det paradoks, at vi ikke kan erkende verden uden at kende redskabet, og at vi ikke kan erkende redskabets egenskaber uden at kende verden. Et tilsvarende synspunkt bliver da også ofte fremsat som argumentation for erkendelsens almindelige subjektivitet. Men som det er vist, er vor verden så heldigt indrettet, at paradokset kun optræder i vor refleksion, ikke i den praktiske virkelighed.¹⁸

Vekselvirkningen mellem sten og nødder, mellem knive og træstykker, osv. har en sådan form, at vi ud fra resultaterne induktivt kan erfare og danne begreber om stenenes og nøddernes relative hårdhed, knivenes skarphed og træets sejhed, etc., erfaringer, som ikke ville være tilgængelige for os, hvis vi ikke lod redskaber og objekter interagere.

De afgørende *subjektive og praktiske betingelser* for denne erkendelse er, ud over at vi kan erkende og *sammenligne* reaktionerne mellem redskaber og objekter, at vi kan *identificere* disse. Ikke i den forstand, at vi kan erkende deres parameterværdier, hvilket jo først er et resultat af vor praktiske erkendevirksomhed, men i den forstand at vi genkender objekter og agentia fra gang til gang og ikke forveksler dem indbyrdes. Vi skal blot kunne skelne deres *numeriske identitet* og ikke deres kvalitative identitet, for at udtrykke det filosofisk. Selve det at *fastholde* et redskab fra gang til gang i stedet for ad hoc at benytte et nyt hver gang indeholder altså en kilde til erkendelse af objektive invarianser. Redskabet bliver et sammenligningsgrundlag og dermed medvirkende i en begrebsliggørelse

Ligning (17f) er en *nødvendig og tilstrækkelig betingelse for latent additivitet* af funktionen $f(o, a)$, som er to gange differentiable og strengt monoton i begge reelle variable. Af ligning (17d) kan g og h bestemmes, hvorefter ϕ kan bestemmes af (17). En simpel funktion, som ikke er latent additiv, vil f.eks. være $f(o, a) = oa^2 + ao^2$.

¹⁷ Jeg kan ikke bevise denne påstand. Men jeg har ikke kunnet finde eksempler på love for fysisk interaktion, der ikke er latent additive. Selv en så kompliceret funktion som den, der indgår i loven for relativistisk hastighedsaddition $w = f(u, v) = (u + v)/(1 + uv/c^2)$ er latent additiv med $\phi(v) = g(v) = h(v) = c \operatorname{Artg}(v/c)$.

¹⁸ Et godt eksempel på, at filosofien ikke, som mange tror, kan lade sig nøje med dagligsprogets og snusfornuftens logik, men (via praksis i vid forstand) må forudsætte kendskab til verdens faktiske indretning, som den bl.a. er reflekteret i realvidenskabernes.

I øvrigt vil jeg vare mig for ontologiske spekulationer over, hvorvidt universet og menneskene, eller blot matematikken og fysikken, overhovedet kunne eksistere uden latent additive fysiske lovmæssigheder eller uden relativt stabile legemer m.v. Jeg har altså ikke noget veldefineret sammenligningsgrundlag for mine påstande om "gunstige" eller "heldige" erkendelsesvilkår. Der kan strengt taget kun sammenlignes med den manglende refleksion af disse vilkår i erkendelsesteorien og i psykologien.

af objektet (jf. Mammen, 1983, p. 260).

I praksis kan vi sikre redskabernes identitet og stabilitet ved at opbevare og beskytte dem. Netop dette særlige tilknytningsforhold til redskaber ser ud til at være afgørende for den *særligt menneskelige erkendelse* i modsætning til dyrenes, der også kan være redskabsmæssig, men ikke udviser den samme 'solidaritet' med redskabet som hos mennesker (Mammen, 1985; 1993; 2002; Poulsen, 1985; 1989).

En generalisering til ikke-parametrisk interaktion

Hvis vi for en stund vender tilbage til de objektive betingelser for specifik objektivitet, vil det være nærliggende at forsøge at generalisere begrebet ud over det tilfælde, hvor funktionen f i (17) er mellem reelle variable, men stadig inden for det deterministiske tilfældes rammer. Hvad hvis interaktionen er 'kvalitativ', dvs. mellem instanser, som vi beskriver i forskellige adskilte (diskrete) og evt. ikke-ordnede (nominale) kategorier i stedet for som en kontinuert variation? Eller hvis sammenligningerne ikke er talmæssige (metriske), men blot beror på ordningsrelationer, 'større end', 'mindre end'. Jeg diskuterede i sin tid muligheden med Rasch, og vi havde en korrespondance om emnet, som desværre blev afbrudt af Rasch's sygdom og død.

Det viser sig faktisk, at selvom den eneste mulighed for sammenligning af reaktioner beror på *ækvivalensrelationer*, altså hvorvidt reaktionerne tilhører samme kategori (som specialtilfælde er ens eller ej), er det muligt at formulere en nødvendig og under visse omstændigheder tilstrækkelig betingelse for specifik objektivitet.

Allerede i det kontinuerte, parametriske tilfælde, som vi har diskuteret ovenfor, kan der formuleres en nødvendig betingelse for specifik objektivitet, og dermed latent additivitet, som kun retter sig imod $f(o,a)$ som *relation* og ikke som funktion. Ved indsættelse i (17) ses det, at

$$\begin{aligned}(\phi[f(o_1, a_2)] = \phi[f(o_2, a_1)] \wedge \phi[f(o_1, a_3)] = \phi[f(o_3, a_1)]) & \quad (19) \\ \Rightarrow \phi[f(o_2, a_3)] = \phi[f(o_3, a_2)].\end{aligned}$$

Da ϕ er monoton og dermed én-éntydig, følger heraf, at det for alle sæt $(o_1, o_2, o_3, a_1, a_2, a_3)$ skal gælde, at

$$\begin{aligned}(f(o_1, a_2) = f(o_2, a_1) \wedge f(o_1, a_3) = f(o_3, a_1)) & \quad (20) \\ \Rightarrow f(o_2, a_3) = f(o_3, a_2).\end{aligned}$$

Formentlig er denne nødvendige relationelle betingelse for specifik objektivitet også tilstrækkelig i det kontinuerte tilfælde. Efter forslag fra Benny Karpatschof vil jeg kalde betingelsen i ligning (20) for *kvasi-transitivitet*.

Lad os nu se på det tilfælde, hvor objekter og agentia blot beskrives ved *ordningsrelationer* og ikke parametrisk. Specifik objektivitet vil i

dette tilfælde betyde, at vi i stedet for funktionerne α og β i (16) blot indsætter de ikke-refleksive ordningsrelationer ' $>$ ' og/eller ' $<$ ', at vi altså i stedet for at måle reaktionerne blot sammenligner dem efter deres orden i en eller anden henseende. Et eksempel vil være den fra skolens geologiundervisning kendte ordinale skala for mineralers hårdhed, hvor mineraler ordnes efter, om de kan ridses med et synligt spor af en negl, en kniv, en diamant etc. Uanset, hvad vi ridser med, kan vi være sikker på, at ridser bliver dybest i det blødeste af to mineraler. Og uanset, hvad vi ridser i, vil vi kunne ridse dybere med kniven end med neglen. Altså er der specifik objektivitet som defineret i (16).

I dette tilfælde vil det altid kunne lade sig gøre at tildele en endelig mængde objekter en heltallig *rang*. Og tilsvarende for redskaberne (agentia). Hvis vi lader g og h i (17) være disse rangtal, vil ϕf være summen af rangtallene¹⁹, som hvis vi er heldige, vil inddele reaktionerne i ordnede kategorier.²⁰ Hvis lighedstegnet i (20) tolkes som ækvivalens, altså fællesskab i forhold til disse ordnede kategorier, vil også (20) være opfyldt. Altså er *kvasi-transitivitet*, dvs. tilfredsstillelse af (20), også i dette særlige *ordinale* tilfælde en *nødvendig betingelse for specifik objektivitet*.

Generelt ser det ud til at gælde, at hvis reaktionerne mellem en mængde objekter og agentia lader sig ordne i ækvivalens-kategorier, der tilfredsstiller (20), vil der eksistere en ordinal struktur i interaktionerne, som beskrevet ovenfor, således at *kvasi-transitivitet* altså i dette tilfælde også er en *tilstrækkelig* betingelse for specifik objektivitet. Jeg vil dog undlade argumentationen her.

Endelig skal det tilføjes, at i de probabilistiske tilfælde, som Rasch har beskrevet, er der tale om parametriske modeller for sandsynligheden af diskrete reaktioner, f.eks. svar på spørgsmål eller antal fejl i prøver. Angående den matematiske formalisering af den specifikke objektivitet og det tilknyttede krav om latent additivitet i disse tilfælde henvises f.eks. til Rasch (1960).

Afslutning

Forudsætningen for at overvinde den begrænsning, som empirismen og rationalismen med deres fælles forudsætninger har sat for forståelsen af den menneskelige erkendelse, er ikke blot en almen henvisning til menneskelig praksis eller virksomhed. Dvs. en virksomhed, som producerer et formmæssigt rigere og mere objektivt genspejlende stof for erfaringen

¹⁹ Hvis vi i vort eksempel har tildelt mineralerne rang efter stigende hårdhed og redskaberne efter stigende skarphed, skal en af rangordnerne vendes.

²⁰ Hvis reaktionskategorierne svarende til de forskellige rang-summer er ordnede, dvs. ikke-overlappende, vil det i vort geologiske eksempel være et tegn på, at vort udvalg af mineraler og redskaber er særligt velegnet som grundlag for en ordinal skala, altså en ordinal reference-ramme for mineralers hårdhed. Vi har i dette tilfælde en primitiv heltallig differens-skala for hårdheder.

end den simple og passive sansning. Henvisningen til denne praksis må konkretiseres og eksemplificeres for at kunne frembyde et reelt alternativ til empirismen og rationalismen.

Jeg har ovenfor fremdraget to sådanne eksempler, repræsenteret ved J.J. Gibson og G. Rasch.²¹ Begge har analyseret vore muligheder for erkendelse af kvantitative forhold i vor omverden. Den særlige rolle, som de to teorier tilskriver invarianser i vor interaktion med verden, giver desuden en forståelsesramme for den traditionelle psykofysik, her repræsenteret ved G. T. Fechner og hans langt senere efterfølger og opponent S. S. Stevens.

I Gibsons teori er forudsætningen for vor erkendelse af geometriske relationer i vor omverden, at der er bevægelse i forholdet mellem individ og verden, bevægelse, som producerer invarianser i interaktionen, der igen specificerer konstante relationer i verden. Som hovedtilfælde produceres disse bevægelser ved individernes aktive eksploration, lokomotion og manipulation i forhold til deres omverden.

I Rasch's teori er forudsætningen for erkendelse af objektive relationer mellem objekter, at det erkendende subjekt udfører en aktiv sammenligningsvirksomhed, som indebærer, at objekter og agentia kombineres, at reaktionerne sammenlignes, og frem for alt, at der holdes rede på objekters og redskabers (agentias) numeriske identitet og tages vare på redskabernes stabilitet. Kun inden for rammerne af en sådan identificerende og fastholdende praksis kan sammenligningerne specificere objektive relationer mellem objekterne. Samtidig specificeres objektive relationer mellem redskaberne. Og endelig specificeres selve interaktionens form. *De praktiske forudsætninger for erkendelse af objekter, redskaber og deres lovmæssige interaktion er de samme, og alle indebærende en identificerende og fastholdende praksis i forhold til enkeltting.*

En sådan praksisform er efter alt at dømmes et menneskeligt privilegium, og desuden en forudsætning for vort generelle erkendelsesmæssige og følelsesmæssige forhold til medmennesker, ejendele, kulturens objekter

²¹ Karl Marx har som bekendt foretaget en detaljeret analyse af etableringen og erkendelsen af varers kvantitative værdi i en praktisk interaktion defineret ved produktion og udveksling af varer i et marked. På mange måder er den parallel med de fremdragne eksempler, blot mere kompleks. Forudsætningen for introduktion af en "almen værdiækvivalent" eller et universelt betalingsmiddel er et bestemt mønster i mængden af alle de bilaterale bytteforhold, som matematisk kan beskrives som *transitivitet*. Populært sagt vil det sige, at det skal give samme resultat at bytte direkte som via en vilkårlig tredje vare. Marx' analyse har ved sin logisk-induktive metode ligheder med Maxwell's tidligere omtalte. Interessant i denne forbindelse er i øvrigt Marx's henvisning til Aristoteles' manglende mulighed for at erkende det reelle grundlag for etableringen af værdierne, fordi han kun så på selve markedet og ikke på varenes frembringelse. I slavesamfundet var produktionen af varer så at sige skjult for markedet, fordi arbejdskraftens tidsforbrug som grundlag for værdierne tilhørte en anden verden uden forbindelse til markedet. Først med indførelsen af arbejds løn bliver grundlaget for bytteværdierne synlig ifølge Marx (1973, p. 73-74), og den transitive struktur opståen, som var en gåde for Aristoteles, bliver forståelig.

og naturens. Men det er en anden historie (Mammen, 1986b; 1993).

Litteratur

Engelsted, N. (1989). *Personlighedens almene grundlag I*. Århus: Aarhus Universitetsforlag.

Fechner, G.T. (1860). *Elemente der Psychophysik*. 2 Bd. Leipzig: Breitkopf & Härtel.

Gibson, J.J. (1966). *The Senses Considered as Perceptual Systems*. Boston: Houghton Mifflin.

Gibson, J.J. (1979). *The Ecological Approach to Visual Perception*. Boston: Houghton Mifflin.

Lewin, K. (1931). The Conflict between Aristotelian and Galilean Modes of Thought in Contemporary Psychology. *Journal of General Psychology*, vol. 5, pp. 141-177. Optrykt i K. Lewin, *A Dynamic Theory of Personality*, pp. 1-42. New York: McGraw-Hill, 1935.

Karpatschof, B. (2007). Psykisk målbarhed. I: B. Karpatschof & B. Katzenelson (red.). *Klassisk og moderne psykologisk teori*. København: Hans Reitzel, s. 534-565.

Mammen, J. (1983). *Den menneskelige sans. Et essay om psykologiens genstandsområde*. København: Dansk psykologisk Forlag. (2. udg. 1989; 3. udg. 1996).

Mammen, J. (1985). Menneskets bevidsthed. I O. Fenger & S. Jørgensen (red.), *Skabelse, udvikling og samfund. En forelæsningsrække. Acta Jutlandica LX, Samfundsvidenskabelig serie 16*, pp.73-81 og 271. Århus: Arkona.

Mammen, J. (1986a). Om matematik og psykologi. Eller noter om matematik, intuition og virkeligheden (bl.a. hundestejler). I I.D. Petersen & A.F. Petersen (red.), *Delhed og helhed. Teoretiske og metodiske studier over komplicerede psykobiologiske fænomener. Festskrift til Iven Reventlow*. 2.6.1986, pp. 25-37. København: Forlaget Politiske Studier.

Mammen, J. (1986b). Erkendelsen som objektrelation. *Psyke & Logos*, vol. 7, nr. 1, pp. 178-202.

Mammen, J. (1993). The Elements of Psychology. I N. Engelsted, M.

- Hedegaard, B. Karpatschof & A. Mortensen (eds.), *The Societal Subject*, pp. 29-44. Århus: Aarhus University Press.
- Mammen, J. (1994). En praktisk-realistisk teori for erkendelse af kvantiteter. I: N. G. Bolvig, H. Brøns, S. Jørgensen & E. Yndgaard (red.). *Perspektiver i samfundsvidenskaben*. Århus: Aarhus Universitetsforlag, s. 165-185 (resumé s. 12).
- Mammen, J. (2002). Mapping the subject: The renewal of scientific psychology. *Bulletin fra Forum for Antropologisk Psykologi* (nu: *Journal of Anthropological Psychology*), No. 11, 77-89.
- Marx, K. (1973). Das Kapital. Bd. I. I Marx/Engels: *Werke*. Bd. 23. Berlin: Dietz Verlag.
- Poulsen, H. (1982). Leontjev, genspejlingsbegrebet og den almene psykologi. *Psyke & Logos*, vol. 3, nr. 1, pp. 161-75.
- Poulsen, H. (1985). Om redskabskonstruktion og menneskelig psyke. I O. Fenger & S. Jørgensen (red.), *Skabelse, udvikling og samfund. En forelæsningsrække. Acta Jutlandica LX. Samfundsvidenskabelig serie 16*, pp. 49-55 og 270. Århus: Arkona.
- Poulsen, H. (1989). Forholdet mellem subjekt og objekt i dyrs og menneskers erkendelse. I S. Brock & P. Petersen (red.), *Dømmekraft. Objektivitet, subjektivitet og videnskab*, pp. 155-162. Århus: Aarhus Universitetsforlag. (Se også Poulsen, H. (1991). The Relationship between Subject and Object in Human and Animal Cognition. I H. Poulsen: *Conations*, pp. 24-30. Århus: Aarhus University Press).
- Poulsen, H. (1994). Om mekanistiske forståelsesformer i psykologien. I: N. G. Bolvig, H. Brøns, S. Jørgensen & E. Yndgaard (red.). *Perspektiver i samfundsvidenskaben*. Århus: Aarhus Universitetsforlag, s. 71-80 (resumé s. 11).
- Rasch, G. (1955). Om populationer, standarder og profiler. 6. nordiske militærpsykologkonference, København, 9.-11. sept. 1954, pp. 47-57.
- Rasch, G. (1960). *Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests*. København: Danmarks Pædagogiske Institut. Også Chicago: Chicago University Press, 1980.
- Rasch, G. (1972). Objektivitet i samfundsvidenskaberne. Et metodeproblem. *Nationaløkonomisk Tidsskrift*, bind 110, nr. 3-4, pp. 161-196.

Reventlow, I. (1970). *Studier af komplicerede psykobiologiske fænomener*. København: Munksgaard.

Stevens, S.S. (1960). On the New Psychophysics. *Scandinavian Journal of Psychology*, vol. 1, pp. 27-35.

Stevens, S.S. (1961). To Honor Fechner and Repeal his Law. *Science*, vol. 133, pp. 80-86.